LA SIGNATURE DES PROCESSUS D'ETALONNAGE : LES ETALONNAGES VUS SOUS L'ANGLE STATISTIQUE

Jean-Michel POU, Dimitri VAISSIERE
DELTA MU Conseil
Parc Technologique La Pardieu
25, Rue Joseph Desaymard
63000 – Clermont-Ferrand
FRANCE

Résumé

Ce texte fait suite au sujet présenté en 2001, à l'occasion du 10ème congrès de Métrologie à Saint Louis (« Et si le V.I.M s'était trompé ? » [1]). Cet article mettait en évidence qu'au moment d'un étalonnage, on n'accède pas à l'erreur de l'instrument mais à l'erreur de mesure d'un processus de mesure particulier qu'est le processus d'étalonnage. Il s'agit donc d'extraire de ces erreurs de mesure la part qui revient à l'instrument, sous réserve que cela soit possible !

The signature of the calibration process

This paper follows the paper discussed in the 10th international metrology congress called « And if the VIM was wrong ? » [1]. In this last paper we highlighted that the measurement error came from the whole calibration process including the instrument. The aim now is to evaluate only the errors from the instrument

Que recherche-t-on ?

Le but d'un étalonnage est d'évaluer les erreurs de l'instrument afin de pouvoir estimer, ensuite, l'incertitude de mesure du (des) processus qui l'utilise(nt). Il faut ici distinguer les erreurs qui sont :

- **de type systématique** qui devraient être corrigées par l'utilisateur. De fait seule l'incertitude sur cette correction intervient dans l'estimation de l'incertitude de mesure du processus,

- **de type aléatoire** qui participent en tant que variance à l'incertitude du processus de mesure. Ces dernières devraient être déterminées directement sous forme de variances (car c'est sous cette forme qu'elles seront utilisées) et non sous le forme d'une erreur maximale (qui n'a vraisemblablement rien de maximale compte tenu du faible nombre de points d'étalonnage réalisés !) tel que c'est souvent le cas aujourd'hui !

Ces deux types d'erreurs existent dans l'instrument de mesure que l'on peut interpréter de la façon suivante : l'instrument de mesure peut se représenter comme une succession de traits de graduation régulièrement espacés de la valeur de la résolution. Ainsi, le fabricant d'instruments de mesure est un « fabricant de graduations » qu'il assemble ensuite pour offrir une étendue. On peut alors estimer que, comme dans tous les process de fabrication en série, la valeur moyenne obtenue pour les n graduations réalisées n'est pas rigoureusement la valeur attendue (résolution). Cette différence est à l'origine de l'erreur systématique de l'instrument qui devrait être corrigée. D'autre part, chaque graduation est différente car il est impossible de réaliser n fois le même objet (la même graduation). Cette dispersion des graduations individuelles peut être présumée gaussienne (cf théroème central limite) même si cette hypothèse est sans conséquence dans la suite de l'exposé. En effet, seule la variance de cette dispersion nous intéresse car c'est elle qui devra être estimée et délivrée à l'utilisateur de l'instrument.

Remarque importante au sujet des incertitudes de mesure

Le G.UM [2], repris aujourd'hui sous forme de norme (NF ENV 13005 [3]), décrit une méthode analytique pour l'estimation de l'incertitude de mesure. Cette estimation se base sur l'analyse des variances des facteurs qui composent le processus de mesure. Le but est d'estimer quelle est la variation maximale de tel ou tel facteur de façon à estimer l'impact de cette variation sur le résultat de mesure. Dans cette analyse, on estime une incertitude qui s'applique « tout au long de l'année » sauf dégradation particulière au moment d'une mesure. Or, la réalisation d'un étalonnage par exemple ne dure en général pas toute l'année ! Ainsi, certains facteurs variables sur du long terme ne le sont pas pendant le temps de l'étalonnage et se comportent alors comme des erreurs systématiques qu'il ne faudrait pas attribuer à l'instrument sous prétexte qu'on aimerait l'observer lui uniquement ! On peut donc pousser l'analyse des causes d'incertitude de mesure en se demandant si, pendant le temps de la mesure, elles ont ou non le temps de varier. On peut alors parler de variances « courtes » ou « longues », suivant qu'elles varient ou pas dans un intervalle de temps donné.

Une variance « courte » varie en permanence, comme par exemple la répétabilité. Une variance « longue » ne varie pas ou peu pendant la mesure, comme par exemple la température. En effet, dans un laboratoire climatisé la température varie de ± 1°C dans le temps mais seulement de 0,1 ou 0,2°C au cours de l'étalonnage d'un pied à coulisse. Il s'agit donc ici d'une variance « longue » !

Si, pour prendre un autre exemple, on a détecté un effet inter-opérateur dans un processus, tant que l'opérateur ne change pas (ce qui est souvent le cas lors d'un étalonnage), cette variance est « longue ».

Il est simple d'ajouter ce caractère dans un bilan de causes d'incertitude. Il suffit d'exprimer un coefficient d'auto-corrélation (ou interdépendance de la cause sur elle-même). Ce coefficient, exprimé en % (comme tout coefficient de corrélation), prend la valeur 0 pour une variance courte puis toutes les valeurs comprises entre 0 et 100 suivant que la variance de la cause est plus ou → → moins longue. Dans les exemples ci-dessus, les effets de la température prendraient un coefficient de 80 à 100%, la reproductibilité un coefficient de 100%. Il est ensuite possible, par la simple multiplication de ce nouveau coefficient par la variance totale de la cause de déterminer la part qui entre dans la variance longue globale du processus d'étalonnage qui se détermine, à la fin, par la simple somme des variances longues. Le tableau ci-dessous montre un exemple d'application.

Causes d'incertitude	Erreur Maxi	Loi	Variance	Inter-dépendance	Variance longue
Lecture	0,01	Uniforme	3,33333E-05	0%	0
Répétabilité	/	/	0,0001	0%	0
Reproductibilité inter-opérateurs	/	/	0,0004	100%	0,0004
Différence de température entre ambiance et référence	20.10-6.L	ArcSinus	(20.10-6.L / √2)²	80%	0,8 x (20.10-6.L / √2)²
Différence de température entre instrument et étalons	5.10-6.L	Normale	(5.10-6.L / 3)²	0%	0
Incertitude d'étalonnage des étalons	0,002 + 4.10-6.L	Normale (95%)	(0,001 + 2.10-6.L)²	50%	0,5 x (0,001 + 2.10-6.L)²
Dérive des étalons	0,001	Normale	1,11111E-07	100%	1,11111E-07

Evidemment, les coefficients d'inter-dépendance ne sont que des estimations, des ordres de grandeur. Il s'agit de prendre en compte de façon physique le phénomène des variances longues qui vont perturber l'évaluation de l'erreur systématique de l'instrument en *« se faisant passer pour elle ! »*. Les variances courtes, quant à elles, perturbent l'estimation de la variance résiduelle de l'instrument (la dispersion de ses graduations) en *se mélangeant* avec.

Note : Les variances longues sont à l'origine de la corrélation entre deux valeurs mesurées. Si je cherche à évaluer la surface d'un échantillon rectangulaire en mesurant, à l'aide de mon pied à coulisse, sa largeur et sa longueur, les variances longues du processus de mesure composent la covariance entre les incertitudes sur la mesure de la largeur et de la longueur que la loi de propagation nous demande de considérer. Néanmoins, lorsque les mesures sont réalisées avec des processus différents (une section et une force pour estimer une contrainte par exemple), on ne peut alors estimer la covariance qui restera malheureusement déterminée via un coefficient de corrélation.

On remarque que la variance longue, comme la variance totale, s'exprime proportionnellement à la valeur mesurée (une longueur dans le cas du tableau) et n'est donc pas une constante. C'est typiquement cet effet là qu'on pourrait prendre – analyser - pour un effet de gain (ou d'amplification). Le terme constant de la variance longue peut quant à lui être pris pour un défaut d'offset.

Simulation numérique : la clé du problème !

Avant d'aller plus loin, il convient de revenir sur un outil qui va bientôt intégrer officiellement les méthodes d'évaluation de l'incertitude de mesure : la simulation numérique.
Cette dernière permet de simuler des valeurs de mesure plausibles, compte tenu de l'incertitude définie par sa loi de distribution (gaussienne sous réserve de correction des effets systématiques) et par son écart type. On fait alors l'économie des mesures réelles.

On comprend aisément qu'un des avantages principaux est que l'on peut générer des centaines d'étalonnages possibles. De plus, par cette technique, il est possible par exemple de résoudre le problème de la propagation des incertitudes sans appliquer les dérivées partielles dans le cas des fonctions. En effet, il suffit de calculer un grand nombre de fois la fonction en faisant varier chaque paramètre dans sa plage Valeur mesurée ± Incertitude tout en respectant la loi de distribution de l'intervalle et de calculer, au final, la moyenne et l'écart-type des résultats obtenus. Ce dernier représente l'incertitude type de mesure du processus composé via le modèle (l'équation) des écart-types sur les paramètres. La comparaison des résultats obtenus par l'une et l'autre des méthodes (propagation et simulation) permet notamment de valider le simulateur numérique utilisé. Un autre avantage important de la simulation numérique réside dans le fait qu'elle permet d'observer la loi de distribution du mesurande qui peut être différente d'une loi normale compte-tenu de la distorsion amenée éventuellement par les coefficients de sensibilité.

L'inconvénient est qu'elle ne sait pas prendre en compte les covariances entre les incertitudes sur les paramètres s'ils sont mesurés par des processus différents. Il faudrait, pour cela, connaître l'équation mathématique qui lie les erreurs de mesure de chacun des paramètres du modèle.

Dans le cas particuliers des étalonnages, les mesures sont réalisées en général par un seul processus composé des facteurs du laboratoire (étalons, méthodes, opérateurs, …) et de l'instrument à étalonner. Ainsi, nous allons pouvoir utiliser la simulation numérique pour déterminer si l'instrument observé a ou pas une erreur de type systématique et, le cas échéant, évaluer l'incertitude sur cette correction. On pourra également déterminer son éventuel résiduel de justesse, ou en tout cas, une valeur en dessous de laquelle il se situe !

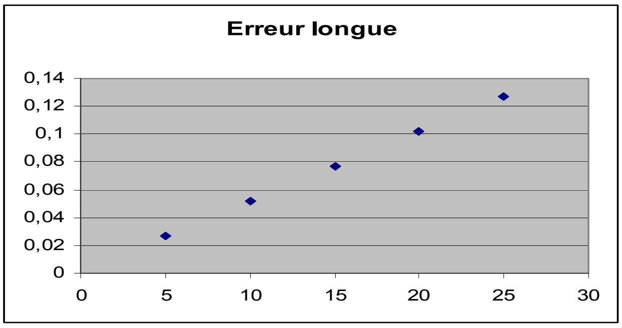
La signature des processus d'étalonnage

En premier lieu il faut se convaincre qu'au moment de l'étalonnage, on ne mesure pas l'erreur ponctuelle de l'instrument mais on estime l'erreur de mesure d'un processus particulier. En effet, on mesure un objet connu (un étalon) et on trouve un écart entre la valeur observée et la valeur attendue. Cet écart provient évidemment de l'imperfection de l'instrument en cours d'étalonnage mais également de tous les autres facteurs qui participent à la mesure. Ainsi, on faisant l'hypothèse de l'étalonnage d'un instrument parfait, on aurait quand même des erreurs de mesure que l'on attribue malheureusement aujourd'hui à l'instrument du fait des définitions du V.I.M [4] !

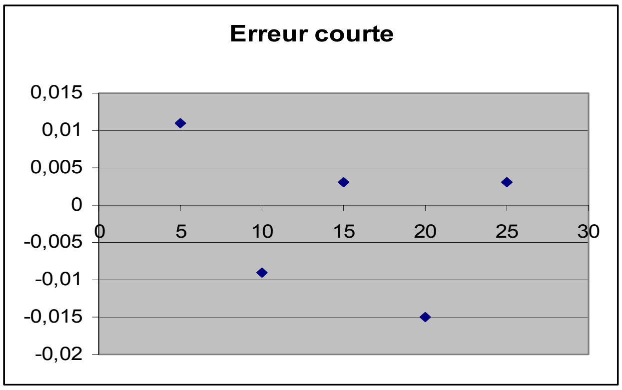
Par la simulation numérique, on peut donc obtenir les erreurs de mesure qui pourraient être observées si l'instrument était parfait car on maîtrise les causes d'incertitude provenant du laboratoire. Ces erreurs sont issues des écart-types qui composent l'incertitude d'étalonnage. Il suffit de tirer aléatoirement, suivant la loi retenue, une valeur dans cette incertitude. Cette valeur représente l'erreur apparente qu'on risque d'attribuer à l'instrument au cours de l'étalonnage. On retire, pour chaque mesure simulée, une valeur aléatoire qui représente une nouvelle erreur qui pourrait se produire lors de l'étalonnage d'un instrument parfait. Le simulateur doit évidemment tenir compte des variances longues et courtes du processus d'étalonnage. L'erreur, en chaque point de mesure simulée, est composée d'une part de variance longue, tirée aléatoirement au début de la simulation et qui s'appliquera en chaque point et d'une part de variance courte retirée en chaque point simulé. On peut résumer l'opération par les graphiques suivants :

Simulation d'un étalonnage en 5 points de référence :

On tire aléatoirement une valeur dans la variance longue qui s'applique sur tout le domaine et qui peut présenter un effet de gain :

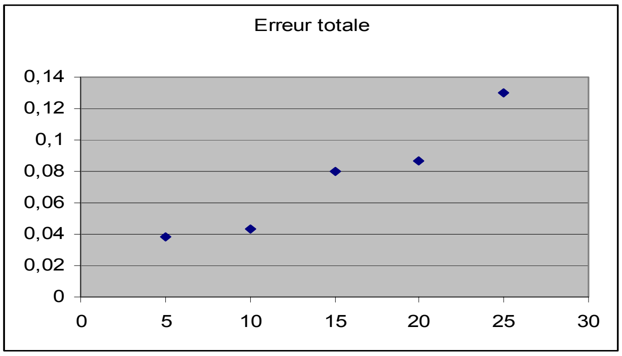


On tire ensuite en chaque point une valeur dans la variance courte du processus d'étalonnage :



L'étalonnage qu'on aurait ainsi obtenu est la somme des deux courbes :

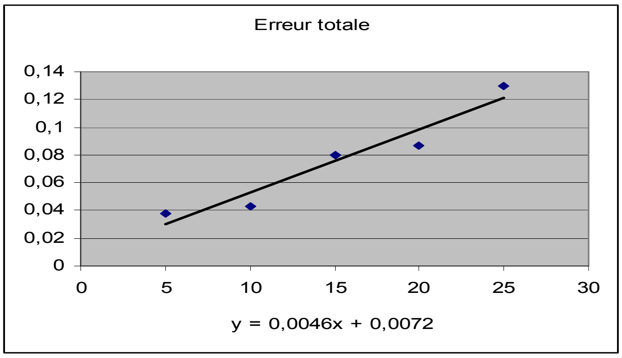
Cette simulation tient donc compte du nombre de points de référence choisis et du nombre de répétitions de mesures réalisées en chaque point.



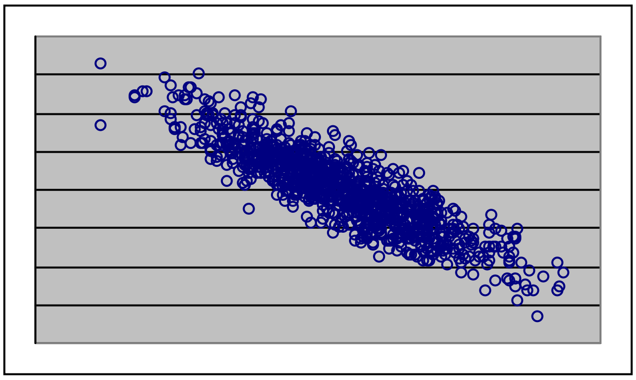
Ainsi, en comparant les erreurs observées lors de l'étalonnage d'un instrument réel avec celles obtenues par simulation, il est possible de savoir si oui ou non l'instrument en cours d'étalonnage a des erreurs.

L'effet des variances longues

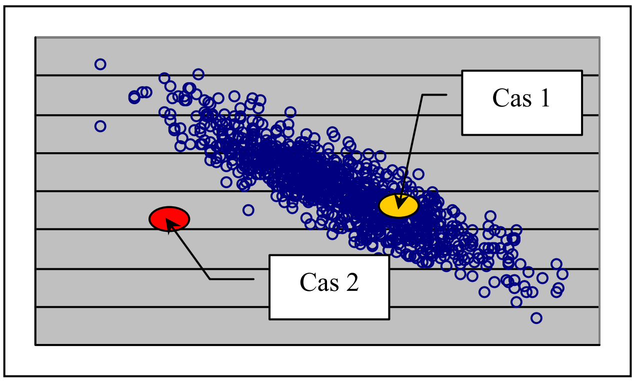
Comme on l'a vu précédemment, les variances longues se comportent, au moment d'un étalonnage, comme des erreurs systématiques. Ce sont elles qui, dans le graphique ci-dessus, font penser à un problème de gain. Si on connaît par avance l'ordre du gain que peut produire le type d'instrument que l'on va étalonner avec ce processus, il est possible de déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de gain apparent provenant des variances longues au degré choisi (cf. figure ci-dessous) :



En simulant n fois l'étalonnage d'un instrument parfait, on va trouver n équations provenant des variances longues, au degré et à la forme choisie, qui représenteront n équations de gain attribuable au processus d'étalonnage et non à l'instrument étalonné. Pour les équations de gain de forme polynomiale au premier degré (a + b.x), nous obtenons n doublets a_i,b_i issus des n simulations. Ces doublets peuvent être matérialisés graphiquement en portant par exemple en abscisse la coordonnée a_i du doublet et en ordonnée la coordonnée b_i :
Dans le cas d'un modèle de degré supérieur, on obtient autant de graphes que de degrés du polynôme. Ces graphes représentent la signature du processus d'étalonnage.



Lors de l'étalonnage d'un instrument réel, il suffit alors de positionner le couple de coefficients a,b obtenu dans le graphe de signature. Si le point réel appartient au nuage de points de la signature, on peut en déduire que l'effet observé n'est probablement pas du à l'instrument observé (Cas 1). A l'inverse, si le point obtenu se distingue de la signature (Cas 2), on en déduit alors que l'instrument a une erreur de type systématique dont on connaît l'équation (les coefficients obtenus) et dont il faut maintenant déterminer l'incertitude.



L'incertitude sur la correction

Dans le cas 2 du graphe ci-dessus, il convient de déterminer l'incertitude sur les coefficients du modèle, incertitude qui provient de l'incertitude d'étalonnage elle-même constituée de variances longues et de variances courtes. La méthode des moindres carrés donne les formules qui permettent de déterminer l'incertitude sur les coefficients. Cependant, elle impose 3 hypothèses qui ne sont pas respectées lors d'un étalonnage.
Première hypothèse : il ne doit pas y avoir d'incertitude en X (abscisse). Or, en métrologie, les étalons ont toujours une incertitude ce qui ne permet pas de respecter cette hypothèse.

Deuxième hypothèse : l'incertitude en Y est constante sur le domaine. Là encore, l'hypothèse n'est pas respectée dans la mesure où l'incertitude d'étalonnage augmente, en général, en fonction de la valeur de l'étalon.

Troisième hypothèse : les incertitudes, en Y, doivent être indépendantes. Là, ce sont les variances longues qui ne permettent pas de respecter cette dernière hypothèse.

De plus, l'incertitude calculée par la méthode des moindres carrés cherche à inclure tous les écarts mesurés (faire passer le modèle par tous les points mesurés) alors que nous souhaitons discriminer la part systématique (le modèle) et la part aléatoire (les résidus).

Ici aussi, la simulation numérique se présente comme une solution. En effet, il suffit de simuler les résultats d'étalonnage qu'on obtiendrait en étalonnant un instrument qui présente une erreur systématique telle que celle observée. On obtient ainsi n valeurs de coefficients du modèle possible, n valeurs qui permettent de déterminer les moyennes et écart type de chaque coefficient mais aussi les covariances entre les coefficients. Il est alors possible de déterminer l'incertitude sur la correction observée.

A la fin de cette première étape, on sait se prononcer sur la question d'une éventuelle erreur systématique provenant de l'instrument et, le cas échéant, évaluer l'incertitude sur cette correction. Cette méthode ne permet évidemment pas de contourner les problèmes liés à l'échantillonnage. Ici, c'est la connaissance du modèle attendu qui doit permettre de déterminer le nombre de points de référence qu'il convient de considérer pour détecter l'erreur de l'instrument. Ensuite, la simulation permet, via la signature, d'optimiser ce nombre de points.

Le résiduel de justesse

Deux cas se dessinent ici. Soit l'instrument présente un effet systématique et il convient alors de raisonner sur les résidus observés autour du modèle déterminé (sous forme de variance). Soit il n'en présente pas et il faut alors travailler sur la variance des écarts observés.

Là encore, la simulation numérique nous donnera des informations, soit autour du modèle apparent lié aux variances longues (variance des résidus), soit autour « du zéro » avec la variance des écarts.

Suite à l'étalonnage, et suivant le cas qui se présente, il suffit de tester si la variance expérimentale retenue (écarts ou résidus) est différente de la variance obtenue par signature.

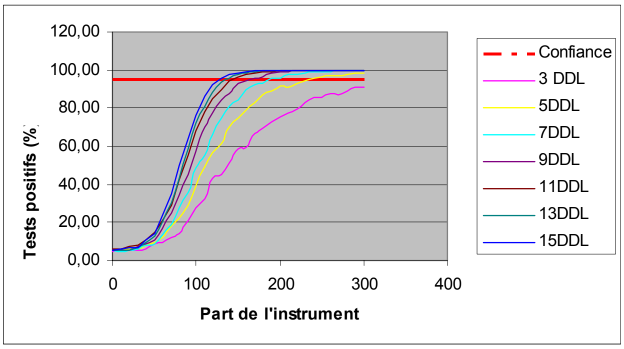
Un test de type Fischer-Snédécor [5] [6] est particulièrement adapté à cette problématique même s'il mérite quelques modifications. Il s'agit de comparer la variance expérimentale obtenue au moment de l'étalonnage à la variance moyenne obtenue lors des simulations. Le test ne peut donc s'appliquer directement car la variance (ou plus exactement la valeur du khi deux) qui se trouve au dénominateur ne disperse pas car elle est issue d'une moyenne obtenue sur n simulations. Il convient donc de retrouver les valeurs de Fisher Snédécor (i.e. valeurs limites), au niveau de confiance choisi, qui permettront de tester si la variance du numérateur (variance expérimentale) est différente de celle du dénominateur (variance moyenne laboratoire). Une nouvelle fois, la simulation numérique nous a permis de définir ces valeurs.
Pour rester cohérent, nous avons recherché les valeurs limites à 95% puisqu'il semble être acquis aujourd'hui que ce niveau de confiance soit satisfaisant, ou au moins consensuel. Le tableau ci-dessous donne les valeurs limites pour un nombre de points de référence compris entre 3 et 15 :

DDL	Confiance	Valeurs. limites
3	95,00%	2,551
4	95,00%	2,215
5	95,00%	2,145
6	95,00%	2,035
7	95,00%	1,979
8	95,00%	1,904
9	95,00%	1,826
10	95,00%	1,786
11	95,00%	1,693
12	95,00%	1,71
13	95,00%	1,672
14	95,00%	1,669
15	95,00%	1,618

Ainsi, si le rapport des variances est inférieur à la valeur limite du tableau, on peut conclure qu'il y a 95% de chances que l'instrument n'ait pas influencé la variance expérimentale observée.

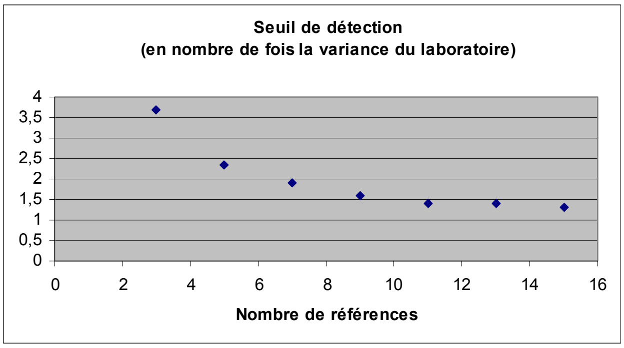
Il est alors possible de déterminer à partir de quelle valeur de la variance « instrument » le test devient positif (l'instrument a influencé le résultat d'étalonnage). Pour ce faire, la variance instrument est définie comme le produit d'un facteur (k) avec la variance du dénominateur (variance labo).

La détermination du facteur k a été réalisée, une nouvelle fois, par simulation numérique. Nous avons fait varier la variance instrument entre 0 et 300 % (0<k<3) de la variance du dénominateur pour simuler des valeurs possibles du numérateur (instrument + laboratoire) afin d'évaluer à partir de quand le test devient positif dans plus de 5% des cas. Cette valeur représente le seuil de détection du test, donc de la procédure d'étalonnage utilisée par le laboratoire. La courbe ci-dessous montre les résultats obtenus pour différents nombres de points de référence :



Si le test ne détecte pas de différence, on peut conclure que l'instrument reste en dessous d'un seuil de détection et la conclusion de l'étalonnage se limite à indiquer que le résiduel de l'instrument est inférieur au seuil du laboratoire.
Le tableau et le graphe ci-dessous présente les valeurs k conduisant à 95% de tests positifs en fonction du nombre de points de référence. En d'autres termes, il s'agit du facteur multiplicatif de la variance du laboratoire qui définit le seuil de détection de celui-ci.

Nb Références	k
3	3,7
5	2,35
7	1,9
9	1,6
11	1,4
13	1,4
15	1,3



A l'inverse, si le test détecte une différence, on peut alors conclure à un effet de l'instrument et en déterminer, par soustraction des variances, la part qui lui revient. Evidemment, la valeur obtenue ne peut en aucun cas être inférieure au seuil de détection. Par conséquent, si la différence des variances est inférieure au seuil, alors c'est la valeur du seuil qui sera retenue comme majorant de la variance instrument.

Il est intéressant de souligner que la répétition des mesures en chaque référence a pour conséquence directe de diminuer le seuil de détection du résiduel de l'instrument. Ceci permet de déterminer le nombre de points de références nécessaires compte tenu de l'incertitude de l'instrument de mesure et de la variance du laboratoire.

Conclusions

Avec la signature des processus d'étalonnage, le laboratoire possède un véritable outil qui lui permet de choisir le nombre de références optimal à retenir (en fonction du modèle pressenti) et le nombre de répétitions par point (en fonction des variances courtes du laboratoire). Il peut ainsi optimiser sa prestation en fonction du besoin de son client et lui indiquer les valeurs dont il a vraiment besoin.

En effet, on assiste aujourd'hui très souvent à des discussions sur le caractère systématique ou non de l'erreur de justesse et sur la loi de distribution à appliquer à l'erreur maximale mesurée. La méthode décrite ici permet de répondre à ces deux interrogations puisqu'elle permet de faire la part des choses entre systématique et aléatoire et d'exprimer directement une variance pour les caractères aléatoires.

Evidemment, nous avons conscience des profondes modifications qu'elle impose mais les enjeux ne valent-ils pas ces efforts ? (Le lecteur remarquera néanmoins que cette méthode n'induit pas de travail supplémentaire car seul le traitement des informations est réalisé différemment). En effet, comprendre mieux ce qui se passe dans un processus de mesure, définir rigoureusement l'échantillonnage nécessaire lors de l'étalonnage en raisonnant en variance plutôt qu'en erreur maximale (qui évidemment n'en est jamais une à 100 %) est nécessaire pour interpréter un résultat de mesure ou d'étalonnage. C'est aussi, à terme, mieux comprendre les process industriels et, en conséquence, mieux les maîtriser. Derrière cette approche se joue donc des gains importants de productivité qui, au-delà de l'aspect économique, se présentent comme impératifs pour maintenir l'activité industrielle dans nos pays et respecter les ressources naturelles.

Références

[1] J-M POU, Et si le VIM s'était trompé ?, dans Actes des Conférences 10ème congrès international de métrologie, 2001.

[2] Guide to the expression of uncertainty in measurement, 1995.

[3] Normes fondamentales – Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure – norme NF ENV 13005, 1999, 115 p.

[4] NF X 07-001 (1994) – Normes fondamentales - Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie

[5] J. POIRIER, Estimateurs et tests d'hypothèses, Techniques de l'Ingénieur, R250.

[6] J. POIRIER, Analyse de la variance et de la régression. Plans d'expérience, Techniques de l'Ingénieur, R260